

Минпросвещения России

ИНСТИТУТ СОДЕРЖАНИЯ
И МЕТОДОВ ОБУЧЕНИЯ
им. В.С. ЛЕДНЕВА

ФЕДЕРАЛЬНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

МАТЕМАТИКА

(базовый уровень)

(для 10–11 классов образовательных организаций)

Москва – 2025

СОДЕРЖАНИЕ

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА ... 4

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ ПО МАТЕМАТИКЕ НА УРОВНЕ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ... 8

Личностные результаты ... 8

Метапредметные результаты ... 9

Предметные результаты ... 11

ФЕДЕРАЛЬНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОГО КУРСА «АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА» ... 12

Пояснительная записка ... 12

Содержание обучения ... 15

10 класс ... 15

11 класс ... 16

Предметные результаты ... 17

Тематическое планирование ... 20

10 класс ... 20

11 класс ... 25

ФЕДЕРАЛЬНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОГО КУРСА «ГЕОМЕТРИЯ» ... 30

Пояснительная записка ... 30

Содержание обучения ... 32

10 класс ... 32

11 класс ... 33

Предметные результаты ... 34

Тематическое планирование ... 37

10 класс ... 37

11 класс ... 49

ФЕДЕРАЛЬНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОГО КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА» ... 56

Пояснительная записка ... 56

Содержание обучения ... 57

10 класс ... 57

11 класс ... 57

Предметные результаты 58
Тематическое планирование 59
10 класс 59
11 класс 63

ПЕРЕЧЕНЬ (КОДИФИКАТОР) РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ПО КЛАССАМ ПРОВЕРЯЕМЫХ ТРЕБОВАНИЙ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И ЭЛЕМЕНТОВ СОДЕРЖАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ 67
10 класс 67
Проверяемые требования к результатам освоения основной образовательной программы . 67
Проверяемые элементы содержания 71
11 класс 75
Проверяемые требования к результатам освоения основной образовательной программы . 75
Проверяемые элементы содержания 78

ПЕРЕЧЕНЬ (КОДИФИКАТОР) ПРОВЕРЯЕМЫХ ТРЕБОВАНИЙ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И ЭЛЕМЕНТОВ СОДЕРЖАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ 82
Проверяемые на ЕГЭ по математике требования к результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования 82
Перечень элементов содержания, проверяемых на ЕГЭ по математике 87

Федеральная рабочая программа по учебному предмету «Математика» (базовый уровень) (предметная область «Математика и информатика») включает пояснительную записку, содержание обучения, планируемые результаты освоения программы по математике, тематическое планирование, перечень (кодификатор) распределенных по классам проверяемых требований к результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования и элементов содержания по математике, перечень (кодификатор) проверяемых требований к результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования и элементов содержания по математике.

Пояснительная записка отражает общие цели и задачи изучения математики, характеристику психологических предпосылок к ее изучению обучающимися, место в структуре учебного плана, а также подходы к отбору содержания, к определению планируемых результатов.

Содержание обучения раскрывает содержательные линии, которые предлагаются для обязательного изучения в каждом классе на уровне среднего общего образования.

Планируемые результаты освоения программы по математике включают личностные, метапредметные результаты за весь период обучения на уровне среднего общего образования, а также предметные достижения обучающегося за каждый год обучения

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа по математике на уровне среднего общего образования разработана на основе ФГОС СОО с учетом современных мировых требований, предъявляемых к математическому образованию, и традиций российского образования. Реализация программы по математике обеспечивает овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу для саморазвития и непрерывного образования, целостность общекультурного, личностного и познавательного развития личности обучающихся.

В программе по математике учтены идеи и положения Концепции развития математического образования в Российской Федерации. В соответствии с названием концепции, математическое образование должно, в частности, предоставлять каждому обучающемуся возможность достижения уровня математических знаний, необходимого для дальнейшей успешной жизни в обществе. Именно на решение этой задачи нацелена программа по математике базового уровня.

В эпоху цифровой трансформации всех сфер человеческой деятельности невозможно стать образованным современным человеком без базовой математической подготовки. Уже в школе математика служит опорным предметом для изучения смежных дисциплин, а в жизни после школы реальной необходимостью становится непрерывное образование, что требует полноценной базовой общеобразовательной подготовки, в том числе и математической.

Это обусловлено тем, что в наши дни растет число специальностей, связанных с непосредственным применением математики: и в сфере экономики, и в бизнесе, и в технологических областях, и даже в гуманитарных сферах. Таким образом, круг обучающихся, для которых математика становится значимым предметом, существенно расширяется.

Практическая полезность математики обусловлена тем, что ее предметом являются фундаментальные структуры нашего мира: пространственные формы и количественные отношения от простейших, усваиваемых в непосредственном опыте, до достаточно сложных, необходимых для развития научных и технологических идей. Без конкретных математических знаний затруднено понимание принципов устройства и использования современной техники, восприятие и интерпретация разнообразной социальной, экономической, политической информации, малоэффективна повседневная практическая деятельность. Каждому человеку в своей жизни приходится выполнять достаточно сложные расчеты и составлять несложные алгоритмы, находить нужные формулы и применять их, владеть практическими приемами геометрических измерений и построений, читать информацию, представленную в виду таблиц, диаграмм и графиков, жить в условиях неопределенности и понимать вероятностный характер случайных событий.

Одновременно с расширением сфер применения математики в современном обществе все более важным становится математический стиль мышления, проявляющийся в определенных умственных навыках. В процессе изучения математики в арсенал приемов и методов мышления человека естественным образом включаются индукция и дедукция, обобщение и конкретизация, анализ и синтез, классификация и систематизация, абстрагирование и аналогия. Объекты математических умозаключений, правила их конструирования раскрывают механизм логических построений, способствуют выработке умения формулировать, обосновывать и доказывать суждения, тем самым развивают логическое мышление. Математике принадлежит ведущая роль в формировании алгоритмической компоненты мышления и воспитании умений действовать по заданным алгоритмам, совершенствовать известные и конструировать новые. В процессе решения задач – основной учебной деятельности на уроках математики – развиваются творческая и прикладная стороны мышления.

Обучение математике дает возможность развивать у обучающихся точную, рациональную и информативную речь, умение отбирать наиболее подходящие языковые, символические, графические средства для выражения суждений и наглядного их представления.

Необходимым компонентом общей культуры в современном толковании является общее знакомство с методами познания действительности, представление о предмете и методе математики, его отличия от методов естественных и гуманитарных наук, об особенностях применения математики для решения

научных и прикладных задач. Таким образом, математическое образование вносит свой вклад в формирование общей культуры человека.

Изучение математики способствует эстетическому воспитанию человека, пониманию красоты и изящества математических рассуждений, восприятию геометрических форм, усвоению идеи симметрии.

Приоритетными целями обучения математике в 10–11 классах на базовом уровне являются:

формирование центральных математических понятий (число, величина, геометрическая фигура, переменная, вероятность, функция), обеспечивающих преемственность и перспективность математического образования обучающихся;

подведение обучающихся на доступном для них уровне к осознанию взаимосвязи математики и окружающего мира, понимание математики как части общей культуры человечества;

развитие интеллектуальных и творческих способностей обучающихся, познавательной активности, исследовательских умений, критичности мышления, интереса к изучению математики;

формирование функциональной математической грамотности: умения распознавать математические аспекты в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, формулировать их на языке математики и создавать математические модели, применять освоенный математический аппарат для решения практико-ориентированных задач, интерпретировать и оценивать полученные результаты.

Основными линиями содержания математики в 10–11 классах являются: «Числа и вычисления», «Алгебра» («Алгебраические выражения», «Уравнения и неравенства»), «Начала математического анализа», «Геометрия» («Геометрические фигуры и их свойства», «Измерение геометрических величин»), «Вероятность и статистика». Данные линии развиваются параллельно, каждая в соответствии с собственной логикой, однако не независимо одна от другой, а в тесном контакте и взаимодействии. Кроме этого, их объединяет логическая составляющая, традиционно присущая математике и пронизывающая все математические курсы и содержательные линии. Сформулированное в ФГОС СОО требование «владение методами доказательств, алгоритмами решения задач, умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач» относится ко всем учебным курсам, а формирование логических умений распределяется по всем годам обучения на уровне среднего общего образования.

В соответствии с ФГОС СОО математика является обязательным предметом на данном уровне образования. Программой по математике предусматривается изучение учебного предмета «Математика» в рамках трех учебных курсов: «Алгебра и начала математического анализа», «Геометрия», «Вероятность и статистика». Формирование логических умений осуществляется на протяжении

всех лет обучения на уровне среднего общего образования, а элементы логики включаются в содержание всех названных выше учебных курсов.

Общее число часов, рекомендованных для изучения математики, – 340 часов: в 10 классе – 170 часов (5 часов в неделю), в 11 классе – 170 часов (5 часов в неделю).

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ ПО МАТЕМАТИКЕ НА УРОВНЕ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Изучение математики на уровне основного общего образования направлено на достижение обучающимися личностных, метапредметных и предметных образовательных результатов освоения учебного предмета.

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В результате изучения математики на уровне среднего общего образования у обучающегося будут сформированы следующие личностные результаты:

1) гражданского воспитания:

сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и другое), умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;

2) патриотического воспитания:

сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, использование этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики;

3) духовно-нравственного воспитания:

осознание духовных ценностей российского народа, сформированность нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью ученого, осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;

4) эстетического воспитания:

эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;

5) физического воспитания:

сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), физическое совершенствование при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;

6) трудового воспитания:

готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и ее

приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;

7) экологического воспитания:

сформированность экологической культуры, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознание глобального характера экологических проблем, ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирование поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды;

8) ценности научного познания:

сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов ее развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В результате освоения программы по математике на уровне основного общего образования у обучающегося будут сформированы метапредметные результаты, характеризующиеся овладением универсальными познавательными действиями, универсальными коммуникативными действиями и универсальными регулятивными действиями.

Познавательные универсальные учебные действия

Базовые логические действия:

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные суждения и выводы;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учетом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведенного наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;

выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

структурировать информацию, представлять ее в различных формах, иллюстрировать графически;

оценивать надежность информации по самостоятельно сформулированным критериям, сформулированным самостоятельно.

Коммуникативные универсальные учебные действия

Общение:

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учетом задач презентации и особенностей аудитории.

Регулятивные универсальные учебные действия

Самоорганизация:

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учетом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учетом новой информации.

Самоконтроль, эмоциональный интеллект:

владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретенному опыту.

Совместная деятельность:

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Предметные результаты освоения программы по математике на базовом уровне на уровне среднего общего образования представлены по годам обучения в рамках отдельных учебных курсов в соответствующих разделах программы по математике.

ФЕДЕРАЛЬНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОГО КУРСА «АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА»

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебный курс «Алгебра и начала математического анализа» является одним из наиболее значимых в программе среднего общего образования, поскольку, с одной стороны, он обеспечивает инструментальную базу для изучения всех естественно-научных курсов, а с другой стороны, формирует логическое и абстрактное мышление обучающихся на уровне, необходимом для освоения учебных курсов информатики, обществознания, истории, словесности. В рамках учебного курса «Алгебра и начала математического анализа» обучающиеся овладевают универсальным языком современной науки, которая формулирует свои достижения в математической форме.

Учебный курс алгебры и начал математического анализа закладывает основу для успешного овладения законами физики, химии, биологии, понимания основных тенденций экономики и общественной жизни, позволяет ориентироваться в современных цифровых и компьютерных технологиях, уверенно использовать их в повседневной жизни. В тоже время овладение абстрактными и логически строгими математическими конструкциями развивает умение находить закономерности, обосновывать истинность утверждения, использовать обобщение и конкретизацию, абстрагирование и аналогию, формирует креативное и критическое мышление. В ходе изучения алгебры и начал математического анализа на уровне среднего общего образования обучающиеся получают новый опыт решения прикладных задач, самостоятельного построения математических моделей реальных ситуаций и интерпретации полученных решений, знакомятся с примерами математических закономерностей в природе, науке и в искусстве, с выдающимися математическими открытиями и их авторами.

Учебный курс алгебры и начал математического анализа обладает значительным воспитательным потенциалом, который реализуется как через учебный материал, способствующий формированию научного мировоззрения, так и через специфику учебной деятельности, требующей самостоятельности, аккуратности, продолжительной концентрации внимания и ответственности за полученный результат.

В основе методики обучения алгебре и началам математического анализа лежит деятельностный принцип обучения.

В структуре программы по алгебре и началам анализа выделяются следующие содержательно-методические линии: «Числа и вычисления», «Функции и графики», «Уравнения и неравенства», «Начала математического анализа», «Множества и логика». Все основные содержательно-методические линии изучаются на протяжении двух лет обучения на уровне среднего общего образования, естественно дополняя друг друга и постепенно насыщаясь новыми

темами и разделами. Данный учебный курс является интегративным, поскольку объединяет в себе содержание нескольких математических дисциплин: алгебра, тригонометрия, математический анализ, теория множеств и другие. По мере того как обучающиеся овладевают все более широким математическим аппаратом, у них последовательно формируется и совершенствуется умение строить математическую модель реальной ситуации, применять знания, полученные в учебном курсе «Алгебра и начала математического анализа», для решения самостоятельно сформулированной математической задачи, а затем интерпретировать полученный результат.

Содержательно-методическая линия «Числа и вычисления» завершает формирование навыков использования действительных чисел, которое было начато на уровне основного общего образования. На уровне среднего общего образования особое внимание уделяется формированию прочных вычислительных навыков, включающих в себя использование различных форм записи действительного числа, умение рационально выполнять действия с ними, делать прикидку, оценивать результат. Обучающиеся получают навыки приближенных вычислений, выполнения действий с числами, записанными в стандартной форме, использования математических констант, оценивания числовых выражений.

Содержательная линия «Уравнения и неравенства» реализуется на протяжении всего обучения на уровне среднего общего образования, поскольку в каждом разделе программы предусмотрено решение соответствующих задач. Обучающиеся овладевают различными методами решения целых, рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений, неравенств и их систем. Полученные умения используются при исследовании функций с помощью производной, решении прикладных задач и задач на нахождение наибольших и наименьших значений функции. Данная содержательная линия включает в себя также формирование умений выполнять расчеты по формулам, преобразования целых, рациональных, иррациональных и тригонометрических выражений, а также выражений, содержащих степени и логарифмы. Благодаря изучению алгебраического материала происходит дальнейшее развитие алгоритмического и абстрактного мышления обучающихся, формируются навыки дедуктивных рассуждений, работы с символьными формами, представления закономерностей и зависимостей в виде равенств и неравенств. Алгебра предлагает эффективные инструменты для решения практических и естественно-научных задач, наглядно демонстрирует свои возможности как языка науки.

Содержательно-методическая линия «Функции и графики» тесно переплетается с другими линиями учебного курса, поскольку в каком-то смысле задает последовательность изучения материала. Изучение степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций, их свойств и графиков, использование функций для решения задач из других учебных предметов и реальной жизни тесно связано как с математическим анализом, так

и с решением уравнений и неравенств. При этом большое внимание уделяется формированию умения выражать формулами зависимости между различными величинами, исследовать полученные функции, строить их графики. Материал содержательной линии нацелен на развитие умений и навыков, позволяющих выражать зависимости между величинами в различной форме: аналитической, графической и словесной. Его изучение способствует развитию алгоритмического мышления, способности к обобщению и конкретизации, использованию аналогий.

Содержательная линия «Начала математического анализа» позволяет существенно расширить круг как математических, так и прикладных задач, доступных обучающимся, у которых появляется возможность исследовать и строить графики функций, определять их наибольшие и наименьшие значения, вычислять площади фигур и объемы тел, находить скорости и ускорения процессов. Содержательная линия открывает новые возможности построения математических моделей реальных ситуаций, нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах. Знакомство с основами математического анализа способствует развитию абстрактного, формально-логического и креативного мышления, формированию умений распознавать проявления законов математики в науке, технике и искусстве. Обучающиеся узнают о выдающихся результатах, полученных в ходе развития математики как науки, и их авторах.

Содержательно-методическая линия «Множества и логика» в основном посвящена элементам теории множеств. Теоретико-множественные представления пронизывают весь курс школьной математики и предлагают наиболее универсальный язык, объединяющий все разделы математики и ее приложений, они связывают разные математические дисциплины в единое целое. Поэтому важно дать возможность обучающемуся понимать теоретико-множественный язык современной математики и использовать его для выражения своих мыслей.

В учебном курсе «Алгебра и начала математического анализа» присутствуют также основы математического моделирования, которые призваны сформировать навыки построения моделей реальных ситуаций, исследования этих моделей с помощью аппарата алгебры и математического анализа и интерпретации полученных результатов. Такие задания вплетены в каждый из разделов программы, поскольку весь материал учебного курса широко используется для решения прикладных задач. При решении реальных практических задач обучающиеся развивают наблюдательность, умение находить закономерности, абстрагироваться, использовать аналогию, обобщать и конкретизировать проблему. Деятельность по формированию навыков решения прикладных задач организуется в процессе изучения всех тем учебного курса «Алгебра и начала математического анализа».

Общее число часов, рекомендованных для изучения учебного курса «Алгебра и начала математического анализа», – 170 часов: в 10 классе – 68 часов (2 часа в неделю), в 11 классе –102 часа (3 часа в неделю).

СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ

10 КЛАСС

Числа и вычисления

Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби. Арифметические операции с рациональными числами, преобразования числовых выражений. Применение дробей и процентов для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни.

Действительные числа. Рациональные и иррациональные числа. Арифметические операции с действительными числами. Приближенные вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений.

Степень с целым показателем. Стандартная форма записи действительного числа. Использование подходящей формы записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных.

Арифметический корень натуральной степени. Действия с арифметическими корнями натуральной степени.

Синус, косинус и тангенс числового аргумента. Арксинус, арккосинус, арктангенс числового аргумента.

Уравнения и неравенства

Тождества и тождественные преобразования.

Преобразование тригонометрических выражений. Основные тригонометрические формулы.

Уравнение, корень уравнения. Неравенство, решение неравенства. Метод интервалов.

Решение целых и дробно-рациональных уравнений и неравенств.

Решение иррациональных уравнений и неравенств.

Решение тригонометрических уравнений.

Применение уравнений и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни.

Функции и графики

Функция, способы задания функции. График функции. Взаимно обратные функции.

Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Четные и нечетные функции.

Степенная функция с натуральным и целым показателем. Ее свойства и график. Свойства и график корня n-ой степени.

Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента.

Начала математического анализа

Последовательности, способы задания последовательностей. Монотонные последовательности.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Формула сложных процентов. Использование прогрессии для решения реальных задач прикладного характера.

Множества и логика

Множество, операции над множествами. Диаграммы Эйлера–Венна. Применение теоретико-множественного аппарата для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов.

Определение, теорема, следствие, доказательство.

11 КЛАСС

Числа и вычисления

Натуральные и целые числа. Признаки делимости целых чисел.

Степень с рациональным показателем. Свойства степени.

Логарифм числа. Десятичные и натуральные логарифмы.

Уравнения и неравенства

Преобразование выражений, содержащих логарифмы.

Преобразование выражений, содержащих степени с рациональным показателем.

Примеры тригонометрических неравенств.

Показательные уравнения и неравенства.

Логарифмические уравнения и неравенства.

Системы линейных уравнений. Решение прикладных задач с помощью системы линейных уравнений.

Системы и совокупности рациональных уравнений и неравенств.

Применение уравнений, систем и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни.

Функции и графики

Функция. Периодические функции. Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.

Тригонометрические функции, их свойства и графики.

Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики.

Использование графиков функций для решения уравнений и линейных систем.

Использование графиков функций для исследования процессов и зависимостей, которые возникают при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни.

Начала математического анализа

Непрерывные функции. Метод интервалов для решения неравенств.

Производная функции. Геометрический и физический смысл производной.

Производные элементарных функций. Формулы нахождения производной суммы, произведения и частного функций.

Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.

Применение производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах, для определения скорости процесса, заданного формулой или графиком.

Первообразная. Таблица первообразных.

Интеграл, его геометрический и физический смысл. Вычисление интеграла по формуле Ньютона–Лейбница.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

К концу обучения **в 10 классе** обучающийся получит следующие предметные результаты:

Числа и вычисления:

оперировать понятиями: рациональное и действительное число, обыкновенная и десятичная дробь, проценты;

выполнять арифметические операции с рациональными и действительными числами;

выполнять приближенные вычисления, используя правила округления, делать прикидку и оценку результата вычислений;

оперировать понятиями: степень с целым показателем, стандартная форма записи действительного числа, корень натуральной степени, использовать подходящую форму записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных;

оперировать понятиями: синус, косинус и тангенс произвольного угла, использовать запись произвольного угла через обратные тригонометрические функции.

Уравнения и неравенства:

оперировать понятиями: тождество, уравнение, неравенство, целое, рациональное, иррациональное уравнение, неравенство, тригонометрическое уравнение;

выполнять преобразования тригонометрических выражений и решать тригонометрические уравнения;

выполнять преобразования целых, рациональных и иррациональных выражений и решать основные типы целых, рациональных и иррациональных уравнений и неравенств;

применять уравнения и неравенства для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни;

моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

Функции и графики:

оперировать понятиями: функция, способы задания функции, область определения и множество значений функции, график функции, взаимно обратные функции;

оперировать понятиями: четность и нечетность функции, нули функции, промежутки знакопостоянства;

использовать графики функций для решения уравнений;

строить и читать графики линейной функции, квадратичной функции, степенной функции с целым показателем;

использовать графики функций для исследования процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни, выражать формулами зависимости между величинами.

Начала математического анализа:

оперировать понятиями: последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессии;

оперировать понятиями: бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии;

задавать последовательности различными способами;

использовать свойства последовательностей и прогрессий для решения реальных задач прикладного характера.

Множества и логика:

оперировать понятиями: множество, операции над множествами;

использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов;

оперировать понятиями: определение, теорема, следствие, доказательство.

К концу обучения **в 11 классе** обучающийся получит следующие предметные результаты:

Числа и вычисления:

оперировать понятиями: натуральное, целое число, использовать признаки делимости целых чисел, разложение числа на простые множители для решения задач;

оперировать понятием: степень с рациональным показателем;

оперировать понятиями: логарифм числа, десятичные и натуральные логарифмы.

Уравнения и неравенства:

применять свойства степени для преобразования выражений, оперировать понятиями: показательное уравнение и неравенство, решать основные типы показательных уравнений и неравенств;

выполнять преобразования выражений, содержащих логарифмы, оперировать понятиями: логарифмическое уравнение и неравенство, решать основные типы логарифмических уравнений и неравенств;

находить решения простейших тригонометрических неравенств;

оперировать понятиями: система линейных уравнений и ее решение, использовать систему линейных уравнений для решения практических задач;

находить решения простейших систем и совокупностей рациональных уравнений и неравенств;

моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

Функции и графики:

оперировать понятиями: периодическая функция, промежутки монотонности функции, точки экстремума функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке, использовать их для исследования функции, заданной графиком;

оперировать понятиями: графики показательной, логарифмической и тригонометрических функций, изображать их на координатной плоскости и использовать для решения уравнений и неравенств;

изображать на координатной плоскости графики линейных уравнений и использовать их для решения системы линейных уравнений;

использовать графики функций для исследования процессов и зависимостей из других учебных дисциплин.

Начала математического анализа:

оперировать понятиями: непрерывная функция, производная функции, использовать геометрический и физический смысл производной для решения задач;

находить производные элементарных функций, вычислять производные суммы, произведения, частного функций;

использовать производную для исследования функции на монотонность и экстремумы, применять результаты исследования к построению графиков;

использовать производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах;

оперировать понятиями: первообразная и интеграл, понимать геометрический и физический смысл интеграла;

находить первообразные элементарных функций, вычислять интеграл по формуле Ньютона–Лейбница;

решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, средствами математического анализа.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

10 КЛАСС

Наименование раздела (темы) курса	Количество часов	Основное содержание	Основные виды деятельности обучающихся
Множества рациональных и действительных чисел. Рациональные уравнения и неравенства	14	Множество, операции над множествами. Диаграммы Эйлера–Венна. Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби. Арифметические операции с рациональными числами, преобразования числовых выражений. Применение дробей и процентов для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни. Действительные числа. Рациональные и иррациональные числа. Арифметические операции с действительными числами. Приближенные вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений.	**Использовать** теоретико-множественный аппарат для описания хода решения математических задач, а также реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов. **Оперировать понятиями:** рациональное число, действительное число, обыкновенная дробь, десятичная дробь, проценты. **Выполнять** арифметические операции с рациональными и действительными числами; приближенные вычисления, используя правила округления. **Делать прикидку и оценку** результата вычислений. **Оперировать понятиями:** тождество, уравнение, неравенство;

		Тождества и тождественные преобразования. Уравнение, корень уравнения. Неравенство, решение неравенства. Метод интервалов. Решение целых и дробно-рациональных уравнений и неравенств	целое и рациональное уравнение, неравенство. **Выполнять преобразования** целых и рациональных выражений. **Решать** основные типы целых иррациональных уравнений и неравенств. **Применять** рациональные уравнения и неравенства для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни
Функции и графики. Степень с целым показателем	6	Функция, способы задания функции. Взаимно обратные функции. График функции. Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Четные и нечетные функции. Степень с целым показателем. Стандартная форма записи действительного числа. Использование подходящей формы записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных.	**Оперировать понятиями:** функция, способы задания функции, взаимно обратные функции, область определения и множество значений функции, график функции; четность и нечетность функции, нули функции, промежутки знакопостоянства. **Выполнять преобразования** степеней с целым показателем. Использовать стандартную форму записи действительного числа.

		Степенная функция с натуральным и целым показателем. Ее свойства и график	**Формулировать и иллюстрировать** графически свойства степенной функции. **Выражать формулами** зависимости между величинами. **Использовать цифровые ресурсы** для построения графиков функции и изучения их свойств
Арифметический корень *n*–ой степени. Иррациональные уравнения и неравенства	18	Арифметический корень натуральной степени. Действия с арифметическими корнями *n*–ой степени. Решение иррациональных уравнений и неравенств. Свойства и график корня *n*-ой степени	**Формулировать, записывать в символической форме** и **иллюстрировать примерами** свойства корня *n*-ой степени. **Выполнять** преобразования иррациональных выражений. **Решать** основные типы иррациональных уравнений и неравенств. **Применять для решения различных задач** иррациональные уравнения и неравенства. **Строить, читать** график корня *n*-ой степени. **Использовать цифровые ресурсы** для построения графиков функций и изучения их свойств

Формулы тригонометрии. Тригонометрические уравнения	22	Синус, косинус и тангенс числового аргумента. Арксинус, арккосинус и арктангенс числового аргумента. Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента. Основные тригонометрические формулы. Преобразование тригонометрических выражений. Решение тригонометрических уравнений	**Оперировать понятиями:** синус, косинус и тангенс произвольного угла. **Использовать запись** произвольного угла через обратные тригонометрические функции. **Выполнять преобразования** тригонометрических выражений. **Решать** основные типы тригонометрических уравнений
Последовательности и прогрессии	5	Последовательности, способы задания последовательностей. Монотонные последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Формула сложных процентов. Использование прогрессии для решения реальных задач прикладного характера	**Оперировать понятиями**: последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессии; бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. **Задавать** последовательности различными способами. **Применять формулу сложных процентов для решения** задач из реальной практики (с использованием калькулятора). **Использовать свойства** последовательностей и прогрессий

			для решения реальных задач прикладного характера
Повторение, обобщение, систематизация знаний	3	Основные понятия курса алгебры и начал математического анализа 10 класса, обобщение и систематизация знаний	**Применять** основные понятия курса алгебры и начал математического анализа для решения задач из реальной жизни и других школьных дисциплин
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	68		

11 КЛАСС

Наименование раздела (темы) курса	Количество часов	Основное содержание	Основные виды деятельности обучающихся
Степень с рациональным показателем. Показательная функция. Показательные уравнения и неравенства	12	Степень с рациональным показателем. Свойства степени. Преобразование выражений, содержащих рациональные степени. Показательные уравнения и неравенства. Показательная функция, ее свойства и график	**Формулировать, записывать в символической форме** и **иллюстрировать примерами** свойства степени. **Применять свойства** степени для преобразования выражений. **Формулировать** и **иллюстрировать графически** свойства показательной функции. **Решать** основные типы показательных уравнений и неравенств. **Использовать цифровые ресурсы** для построения графиков функций и изучения их свойств
Логарифмическая функция. Логарифмические уравнения и неравенства	12	Логарифм числа. Десятичные и натуральные логарифмы. Преобразование выражений, содержащих логарифмы. Логарифмические уравнения и неравенства.	**Формулировать, записывать в символической форме** и **иллюстрировать примерами** свойства логарифма. **Выполнять** преобразования выражений, содержащих логарифмы.

		Логарифмическая функция, ее свойства и график	**Формулировать** и **иллюстрировать графически** свойства логарифмической функции. **Решать** основные типы логарифмических уравнений и неравенств. **Использовать цифровые ресурсы** для построения графиков функций и изучения их свойств. **Знакомиться с историей** развития математики
Тригонометрические функции и их графики. Тригонометрические неравенства	9	Тригонометрические функции, их свойства и графики. Примеры тригонометрических неравенств	**Оперировать понятием** периодическая функция. **Строить, анализировать, сравнивать** графики тригонометрических функций. **Формулировать** и **иллюстрировать графически** свойства тригонометрических функций. **Решать** простейшие тригонометрические неравенства. **Использовать графики** для решения тригонометрических неравенств.

			Использовать цифровые ресурсы для построения графиков функций и изучения их свойств
Производная. Применение производной	24	Непрерывные функции. Метод интервалов для решения неравенств. Производная функции. Геометрический и физический смысл производной. Производные элементарных функций. Производная суммы, произведения, частного функций. Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке. Применение производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах, для определения скорости процесса, заданного формулой или графиком	**Оперировать понятиями**: непрерывная функция; производная функции. **Использовать** геометрический и физический смысл производной для решения задач. **Находить** производные элементарных функций, **вычислять** производные суммы, произведения, частного функций. **Использовать** производную для исследования функции на монотонность и экстремумы, **применять результаты исследования** к построению графиков. **Применять** производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах. **Знакомиться с историей** развития математического анализа

Интеграл и его применения	9	Первообразная. Таблица первообразных. Интеграл, геометрический и физический смысл интеграла. Вычисление интеграла по формуле Ньютона–Лейбница	**Оперировать понятиями**: первообразная, интеграл. **Находить** первообразные элементарных функций; **вычислять** интеграл **по формуле** Ньютона–Лейбница. **Знакомиться с историей** развития математического анализа
Системы уравнений	12	Системы линейных уравнений. Решение прикладных задач с помощью системы линейных уравнений. Системы и совокупности целых, рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических уравнений и неравенств. Использование графиков функций для решения уравнений и систем. Применение уравнений, систем и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни	**Оперировать понятиями**: система линейных уравнений и ее решение. **Использовать** систему линейных уравнений для решения практических задач. **Находить решения** простейших систем и совокупностей рациональных уравнений и неравенств. **Использовать** графики функций для решения уравнений. **Моделировать** реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, **исследовать построенные модели** с использованием аппарата алгебры

Натуральные и целые числа	6	Натуральные и целые числа в задачах из реальной жизни. Признаки делимости целых чисел	**Оперировать понятиями**: натуральное число, целое число. **Использовать** признаки делимости целых чисел, разложение числа на простые множители для решения задач
Повторение, обобщение, систематизация знаний	18	Основные понятия курса алгебры и начал математического анализа, обобщение и систематизация знаний	**Решать прикладные задачи** из различных областей науки и реальной жизни с помощью основных понятий курса алгебры и начал математического анализа. **Выбирать** оптимальные способы вычислений. **Использовать для решения задач** уравнения, неравенства и системы уравнений, свойства функций и графиков
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	102		

ФЕДЕРАЛЬНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОГО КУРСА «ГЕОМЕТРИЯ»

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Важность учебного курса геометрии на уровне среднего общего образования обусловлена практической значимостью метапредметных и предметных результатов обучения геометрии в направлении личностного развития обучающихся, формирования функциональной математической грамотности, изучения других учебных дисциплин. Развитие у обучающихся правильных представлений о сущности и происхождении геометрических абстракций, соотношении реального и идеального, характере отражения математической наукой явлений и процессов реального мира, месте геометрии в системе наук и роли математического моделирования в научном познании и в практике способствует формированию научного мировоззрения обучающихся, а также качеств мышления, необходимых для адаптации в современном обществе.

Геометрия является одним из базовых предметов на уровне среднего общего образования, так как обеспечивает возможность изучения как дисциплин естественно-научной направленности, так и гуманитарной.

Логическое мышление, формируемое при изучении обучающимися понятийных основ геометрии и построении цепочки логических утверждений в ходе решения геометрических задач, умение выдвигать и опровергать гипотезы непосредственно используются при решении задач естественно-научного цикла, в частности из курса физики.

Умение ориентироваться в пространстве играет существенную роль во всех областях деятельности человека. Ориентация человека во времени и пространстве – необходимое условие его социального бытия, форма отражения окружающего мира, условие успешного познания и активного преобразования действительности. Оперирование пространственными образами объединяет разные виды учебной и трудовой деятельности, является одним из профессионально важных качеств, поэтому актуальна задача формирования у обучающихся пространственного мышления как разновидности образного мышления – существенного компонента в подготовке к практической деятельности по многим направлениям.

Цель освоения программы учебного курса «Геометрия» на базовом уровне обучения – общеобразовательное и общекультурное развитие обучающихся через обеспечение возможности приобретения и использования систематических геометрических знаний и действий, специфичных геометрии, возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием геометрии.

Приоритетными задачами освоения учебного курса «Геометрии» на базовом уровне в 10–11 классах являются:

формирование представления о геометрии как части мировой культуры и осознание ее взаимосвязи с окружающим миром;

формирование представления о многогранниках и телах вращения как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные явления окружающего мира;

формирование умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире многогранники и тела вращения;

овладение методами решения задач на построения на изображениях пространственных фигур;

формирование умения оперировать основными понятиями о многогранниках и телах вращения и их основными свойствами;

овладение алгоритмами решения основных типов задач, формирование умения проводить несложные доказательные рассуждения в ходе решения стереометрических задач и задач с практическим содержанием;

развитие интеллектуальных и творческих способностей обучающихся, познавательной активности, исследовательских умений, критичности мышления;

формирование функциональной грамотности, релевантной геометрии: умение распознавать проявления геометрических понятий, объектов и закономерностей в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, формулировать их на языке геометрии и создавать геометрические модели, применять освоенный геометрический аппарат для решения практико-ориентированных задач, интерпретировать и оценивать полученные результаты.

Отличительной особенностью программы по геометрии является включение в курс стереометрии в начале его изучения задач, решаемых на уровне интуитивного познания, и определенным образом организованная работа над ними, что способствуют развитию логического и пространственного мышления, стимулирует протекание интуитивных процессов, мотивирует к дальнейшему изучению предмета.

Предпочтение отдается наглядно-конструктивному методу обучения, то есть теоретические знания имеют в своей основе чувственность предметно-практической деятельности. Развитие пространственных представлений у обучающихся в курсе стереометрии проводится за счет решения задач на создание пространственных образов и задач на оперирование пространственными образами. Создание образа проводится с опорой на наглядность, а оперирование образом – в условиях отвлечения от наглядности, мысленного изменения его исходного содержания.

Основными содержательными линиями учебного курса «Геометрия» в 10–11 классах являются: «Многогранники», «Прямые и плоскости в пространстве», «Тела вращения», «Векторы и координаты в пространстве». Формирование логических умений распределяется не только по содержательным линиям, но и по годам обучения на уровне среднего общего образования.

Содержание образования, соответствующее предметным результатам освоения программы по геометрии, распределенным по годам обучения, структурировано таким образом, чтобы овладение геометрическими понятиями и навыками осуществлялось последовательно и поступательно, с соблюдением принципа преемственности, чтобы новые знания включались в общую систему геометрических представлений обучающихся, расширяя и углубляя ее, образуя прочные множественные связи.

Общее число часов, рекомендованных для изучения учебного курса «Геометрия» – 102 часа: в 10 классе – 68 часов (2 часа в неделю), в 11 классе – 34 часа (1 час в неделю).

СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ

10 КЛАСС

Прямые и плоскости в пространстве

Основные понятия стереометрии. Точка, прямая, плоскость, пространство. Понятие об аксиоматическом построении стереометрии: аксиомы стереометрии и следствия из них.

Взаимное расположение прямых в пространстве: пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Параллельность прямых и плоскостей в пространстве: параллельные прямые в пространстве, параллельность трех прямых, параллельность прямой и плоскости. Углы с сонаправленными сторонами, угол между прямыми в пространстве. Параллельность плоскостей: параллельные плоскости, свойства параллельных плоскостей. Простейшие пространственные фигуры на плоскости: тетраэдр, куб, параллелепипед, построение сечений.

Перпендикулярность прямой и плоскости: перпендикулярные прямые в пространстве, прямые параллельные и перпендикулярные к плоскости, признак перпендикулярности прямой и плоскости, теорема о прямой перпендикулярной плоскости. Углы в пространстве: угол между прямой и плоскостью, двугранный угол, линейный угол двугранного угла. Перпендикуляр и наклонные: расстояние от точки до плоскости, расстояние от прямой до плоскости, проекция фигуры на плоскость. Перпендикулярность плоскостей: признак перпендикулярности двух плоскостей. Теорема о трех перпендикулярах.

Многогранники

Понятие многогранника, основные элементы многогранника, выпуклые и невыпуклые многогранники, развертка многогранника. Призма: n-угольная призма, грани и основания призмы, прямая и наклонная призмы, боковая и полная поверхность призмы. Параллелепипед, прямоугольный параллелепипед и его свойства. Пирамида: n-угольная пирамида, грани и основание пирамиды, боковая и полная поверхность пирамиды, правильная и усеченная пирамида. Элементы

призмы и пирамиды. Правильные многогранники: понятие правильного многогранника, правильная призма и правильная пирамида, правильная треугольная пирамида и правильный тетраэдр, куб. Представление о правильных многогранниках: октаэдр, додекаэдр и икосаэдр. Сечения призмы и пирамиды.

Симметрия в пространстве: симметрия относительно точки, прямой, плоскости. Элементы симметрии в пирамидах, параллелепипедах, правильных многогранниках.

Вычисление элементов многогранников: ребра, диагонали, углы. Площадь боковой поверхности и полной поверхности прямой призмы, площадь оснований, теорема о боковой поверхности прямой призмы. Площадь боковой поверхности и поверхности правильной пирамиды, теорема о площади усеченной пирамиды. Понятие об объеме. Объем пирамиды, призмы.

Подобные тела в пространстве. Соотношения между площадями поверхностей, объемами подобных тел.

11 КЛАСС

Тела вращения

Цилиндрическая поверхность, образующие цилиндрической поверхности, ось цилиндрической поверхности. Цилиндр: основания и боковая поверхность, образующая и ось, площадь боковой и полной поверхности.

Коническая поверхность, образующие конической поверхности, ось и вершина конической поверхности. Конус: основание и вершина, образующая и ось, площадь боковой и полной поверхности. Усеченный конус: образующие и высота, основания и боковая поверхность.

Сфера и шар: центр, радиус, диаметр, площадь поверхности сферы. Взаимное расположение сферы и плоскости, касательная плоскость к сфере, площадь сферы.

Изображение тел вращения на плоскости. Развертка цилиндра и конуса.

Комбинации тел вращения и многогранников. Многогранник, описанный около сферы, сфера, вписанная в многогранник, или тело вращения.

Понятие об объеме. Основные свойства объемов тел. Теорема об объеме прямоугольного параллелепипеда и следствия из нее. Объем цилиндра, конуса. Объем шара и площадь сферы.

Подобные тела в пространстве. Соотношения между площадями поверхностей, объемами подобных тел.

Сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения шара.

Векторы и координаты в пространстве

Вектор на плоскости и в пространстве. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора по трем некомпланарным векторам. Правило параллелепипеда. Решение задач, связанных с применением

правил действий с векторами. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Простейшие задачи в координатах. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов. Вычисление углов между прямыми и плоскостями. Координатно-векторный метод при решении геометрических задач.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

К концу обучения **в 10 классе** обучающийся получит следующие предметные результаты:

оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость;

применять аксиомы стереометрии и следствия из них при решении геометрических задач;

оперировать понятиями: параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;

классифицировать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве;

оперировать понятиями: двугранный угол, грани двугранного угла, ребро двугранного угла, линейный угол двугранного угла, градусная мера двугранного угла;

оперировать понятиями: многогранник, выпуклый и невыпуклый многогранник, элементы многогранника, правильный многогранник;

распознавать основные виды многогранников (пирамида, призма, прямоугольный параллелепипед, куб);

классифицировать многогранники, выбирая основания для классификации (выпуклые и невыпуклые многогранники, правильные многогранники, прямые и наклонные призмы, параллелепипеды);

оперировать понятиями: секущая плоскость, сечение многогранников;

объяснять принципы построения сечений, используя метод следов;

строить сечения многогранников методом следов, выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объемных фигур: вид сверху, сбоку, снизу;

решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам, применяя известные аналитические методы при решении стандартных математических задач на вычисление расстояний между двумя точками, от точки до прямой, от точки до плоскости, между скрещивающимися прямыми;

решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам, применяя известные аналитические методы при решении стандартных математических задач на вычисление углов между скрещивающимися прямыми, между прямой и плоскостью, между плоскостями, двугранных углов;

вычислять объемы и площади поверхностей многогранников (призма, пирамида) с применением формул, вычислять соотношения между площадями поверхностей, объемами подобных многогранников;

оперировать понятиями: симметрия в пространстве, центр, ось и плоскость симметрии, центр, ось и плоскость симметрии фигуры;

извлекать, преобразовывать и интерпретировать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;

применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной форме;

применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач;

приводить примеры математических закономерностей в природе и жизни, распознавать проявление законов геометрии в искусстве;

применять полученные знания на практике: анализировать реальные ситуации и применять изученные понятия в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин.

К концу обучения **в 11 классе** обучающийся научится:

оперировать понятиями: цилиндрическая поверхность, образующие цилиндрической поверхности, цилиндр, коническая поверхность, образующие конической поверхности, конус, сферическая поверхность;

распознавать тела вращения (цилиндр, конус, сфера и шар);

объяснять способы получения тел вращения;

классифицировать взаимное расположение сферы и плоскости;

оперировать понятиями: шаровой сегмент, основание сегмента, высота сегмента, шаровой слой, основание шарового слоя, высота шарового слоя, шаровой сектор;

вычислять объемы и площади поверхностей тел вращения, геометрических тел с применением формул;

оперировать понятиями: многогранник, вписанный в сферу и описанный около сферы, сфера, вписанная в многогранник или тело вращения;

вычислять соотношения между площадями поверхностей и объемами подобных тел;

изображать изучаемые фигуры от руки и с применением простых чертежных инструментов;

выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объемных фигур: вид сверху, сбоку, снизу, строить сечения тел вращения;

извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;

оперировать понятием вектор в пространстве;

выполнять действия сложения векторов, вычитания векторов и умножения вектора на число, объяснять, какими свойствами они обладают;

применять правило параллелепипеда;

оперировать понятиями: декартовы координаты в пространстве, вектор, модуль вектора, равенство векторов, координаты вектора, угол между векторами, скалярное произведение векторов, коллинеарные и компланарные векторы;

находить сумму векторов и произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение, раскладывать вектор по двум неколлинеарным векторам;

задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат;

применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной форме;

решать простейшие геометрические задачи на применение векторно-координатного метода;

решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам, применяя известные методы при решении стандартных математических задач;

применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач;

приводить примеры математических закономерностей в природе и жизни, распознавать проявление законов геометрии в искусстве;

применять полученные знания на практике: анализировать реальные ситуации и применять изученные понятия в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

10 КЛАСС

Наименование раздела (темы) курса	Количество часов	Основное содержание	Основные виды деятельности обучающихся
Введение в стереометрию	10	Основные понятия стереометрии: точка, прямая, плоскость, пространство. Правила изображения на рисунках: изображения плоскостей, параллельных прямых (отрезков), середины отрезка. Понятия: пересекающиеся плоскости, пересекающиеся прямая и плоскость. Знакомство с многогранниками, изображение многогранников на рисунках, на проекционных чертежах. Начальные сведения о кубе и пирамиде, их развертки и модели. Сечения многогранников. Понятие об аксиоматическом построении стереометрии: аксиомы стереометрии и следствия из них	**Актуализировать** факты и методы планиметрии, релевантные теме. **Получать** представления о пространственных фигурах, разбирать простейшие правила изображения этих фигур. **Изображать** прямую и плоскость на рисунке. **Распознавать** многогранники, пирамиду, куб, называть их элементы. **Делать** рисунок куба, пирамиды, находить ошибки в неверных изображениях. **Знакомиться** с сечениями, с методом следов; использовать для построения сечения метод следов, кратко записывать шаги

			построения сечения. **Распознавать** вид сечения и отношений, в которых сечение делит ребра куба, находить площадь сечения. **Использовать** подобие при решении задач на построение сечений. **Знакомиться** с аксиоматическим построением стереометрии, с аксиомами стереометрии и следствиями из них. **Иллюстрировать** аксиомы рисунками и примерами из окружающей обстановки
Прямые и плоскости в пространстве. Параллельность прямых и плоскостей	12	Взаимное расположение прямых в пространстве: пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Параллельность прямых и плоскостей в пространстве: параллельные прямые в пространстве; параллельность трех прямых; параллельность прямой и плоскости. Углы	**Актуализировать** факты и методы планиметрии, релевантные теме, проводить аналогии. **Перечислять** возможные способы расположения двух прямых в пространстве, иллюстрировать их на примерах. **Давать определение** скрещивающихся прямых, формулировать признак

		с сонаправленными сторонами; угол между прямыми в пространстве. Параллельность плоскостей: параллельные плоскости; свойства параллельных плоскостей. Простейшие пространственные фигуры на плоскости: тетраэдр, куб, параллелепипед; построение сечений	скрещивающихся прямых и применять его при решении задач. **Распознавать** призму, называть ее элементы. **Строить** сечения призмы на готовых чертежах. **Перечислять** возможные способы взаимного расположения прямой и плоскости в пространстве, приводить соответствующие примеры из реальной жизни. **Давать определение** параллельности прямой и плоскости. **Формулировать признак** параллельности прямой и плоскости, утверждение о прямой пересечения двух плоскостей, проходящих через параллельные прямые. **Решать** практические задачи на построение сечений многогранника. **Объяснять** случаи взаимного расположения плоскостей.

			Давать определение параллельных плоскостей; приводить примеры из реальной жизни и окружающей обстановки, иллюстрирующие параллельность плоскостей. **Использовать** признак параллельности двух плоскостей, свойства параллельных плоскостей при решении задач на построение. **Объяснять**, что называется параллельным проектированием и как выполняется проектирование фигур на плоскость. **Изображать** в параллельной проекции различные геометрические фигуры. **Моделировать** реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий. **Использовать** при решении задач на построение сечений понятие параллельности, признаки и свойства параллельных прямых на плоскости

Перпендикулярность прямых и плоскостей	12	Перпендикулярность прямой и плоскости: перпендикулярные прямые в пространстве, прямые параллельные и перпендикулярные к плоскости, признак перпендикулярности прямой и плоскости, теорема о прямой перпендикулярной плоскости Перпендикуляр и наклонные: расстояние от точки до плоскости, расстояние от прямой до плоскости	**Актуализировать** факты и методы планиметрии, релевантные теме, проводить аналогии. **Объяснять**, какой угол называется углом между пересекающимися прямыми, скрещивающимися прямыми в пространстве. **Давать определение** перпендикулярных прямых и прямой, перпендикулярной к плоскости. **Находить** углы между скрещивающимися прямыми в кубе и пирамиде. **Приводить примеры** из реальной жизни и окружающей обстановки, иллюстрирующие перпендикулярность прямых в пространстве и перпендикулярность прямой к плоскости. **Формулировать** признак перпендикулярности прямой и плоскости, применять его на практике: объяснять перпендикулярность ребра куба и диагонали его грани, которая его

			не содержит, находить длину диагонали куба. **Вычислять** высоту правильной треугольной и правильной четырехугольной пирамид по длинам ребер. **Решать** задачи на вычисления, связанные с перпендикулярностью прямой и плоскости, с использованием при решении планиметрических фактов и методов. **Объяснять**, что называют перпендикуляром и наклонной из точки к плоскости; проекцией наклонной на плоскость. **Объяснять**, что называется расстоянием: от точки до плоскости; между параллельными плоскостями; между прямой и параллельной ей плоскостью; между скрещивающимися прямыми. **Находить** эти расстояния в простых случаях в кубе, пирамиде, призме. **Моделировать** реальные ситуации на языке геометрии, исследовать

			построенные модели с использованием геометрических понятий. **Использовать** при решении задач на построение сечений теорему Пифагора, свойства прямоугольных треугольников
Углы между прямыми и плоскостями	10	Углы в пространстве: угол между прямой и плоскостью; двугранный угол, линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность плоскостей: признак перпендикулярности двух плоскостей. Теорема о трех перпендикулярах	**Актуализировать** факты и методы планиметрии, релевантные теме, проводить аналогии. **Давать определение** угла между прямой и плоскостью, формулировать теорему о трех перпендикулярах и обратную к ней. **Находить** угол между прямой и плоскостью в многограннике, расстояние от точки до прямой на плоскости, используя теорему о трех перпендикулярах. **Проводить** на чертеже перпендикуляр: из точки на прямую; из точки на плоскость. **Давать** определение двугранного угла и его элементов. **Объяснять** равенство всех линейных углов двугранного угла.

			Находить на чертеже двугранный угол при ребре пирамиды, призмы, параллелепипеда. **Давать определение** угла между плоскостями. **Давать определение** и **формулировать признак** взаимно перпендикулярных плоскостей. **Находить** углы между плоскостями в кубе и пирамиде. **Использовать** при решении задач основные теоремы и методы планиметрии. **Моделировать** реальные ситуации на языке геометрии, **исследовать** построенные модели с использованием геометрических понятий. **Использовать** при решении задач на построение сечений соотношения в прямоугольном треугольнике
Многогранники	11	Понятие многогранника, основные элементы многогранника, выпуклые и невыпуклые	**Актуализировать** факты и методы планиметрии, релевантные теме, **проводить аналогии**.

		многогранники; развертка многогранника. Призма: *n*-угольная призма; грани и основания призмы; прямая и наклонная призмы; боковая и полная поверхность призмы. Параллелепипед, прямоугольный параллелепипед и его свойства. Пирамида: *n*-угольная пирамида, грани и основание пирамиды; боковая и полная поверхность пирамиды; правильная и усеченная пирамида. Элементы призмы и пирамиды. Правильные многогранники: понятие правильного многогранника; правильная призма и правильная пирамида; правильная треугольная пирамида и правильный тетраэдр; куб. Представление о правильных многогранниках: октаэдр, додекаэдр и икосаэдр. Симметрия в пространстве: симметрия относительно точки, прямой, плоскости. Элементы	**Давать определение** параллелепипеда, **распознавать** его виды и изучать свойства. **Давать** определение пирамиды, **распознавать** виды пирамид, **формулировать** свойства ребер, граней и высоты правильной пирамиды. **Находить** площадь полной и боковой поверхности пирамиды. **Давать определение** усеченной пирамиды, называть ее элементы. **Формулировать** теорему о площади боковой поверхности правильной усеченной пирамиды. **Решать** задачи на вычисление, связанные с пирамидами, а также задачи на построение сечений. **Давать определение** призмы, **распознавать** виды призм, **изображать** призмы на чертеже. **Находить** площадь полной или боковой поверхности призмы. **Изучать** соотношения Эйлера для числа ребер, граней и вершин многогранника.

		симметрии в пирамидах, параллелепипедах, правильных многогранниках. Вычисление элементов многогранников: ребра, диагонали, углы. Площадь боковой поверхности и полной поверхности прямой призмы, площадь оснований, теорема о боковой поверхности прямой призмы. Площадь боковой поверхности и поверхности правильной пирамиды, теорема о площади боковой поверхности усеченной пирамиды	**Изучать** виды правильных многогранников, их названия и количество граней. **Изучать** симметрию многогранников. **Объяснять**, какие точки называются симметричными относительно данной точки, прямой или плоскости, что называют центром, осью или плоскостью симметрии фигуры. **Приводить примеры** симметричных фигур в архитектуре, технике, природе. **Моделировать** реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий, использовать подобие многогранников
Объемы многогранников	9	Понятие об объеме. Объем пирамиды, призмы	**Актуализировать** факты и методы планиметрии, релевантные теме. **Объяснять**, как измеряются объемы тел, проводя аналогию с измерением площадей

			многоугольников. **Формулировать** основные свойства объемов. **Изучать**, **выводить формулы** объема прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды. **Вычислять** объем призмы и пирамиды по их элементам. **Применять** объем для решения стереометрических задач и для нахождения геометрических величин. **Моделировать** реальные ситуации на языке геометрии, **исследовать** построенные модели с использованием геометрических понятий
Повторение: сечения, расстояния и углы	4	Построение сечений в многограннике. Вычисление расстояний: между двумя точками, от точки до прямой, от точки до плоскости; между скрещивающимися прямыми. Вычисление углов: между	**Строить** сечение многогранника методом следов. **Давать определение** расстояния между фигурами. **Находить** расстояние между параллельными плоскостями, между плоскостью и параллельной

		скрещивающимися прямыми, между прямой и плоскостью, двугранных углов, углов между плоскостями	ей прямой, между скрещивающимися прямыми. **Строить** линейный угол двугранного угла на чертеже многогранника и находить его величину. **Находить** углы между плоскостями в многогранниках
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	68		

11 КЛАСС

Наименование раздела (темы) курса	Количество часов	Основное содержание	Основные виды деятельности обучающихся
Тела вращения	12	Сфера и шар: центр, радиус, диаметр; площадь поверхности сферы. Взаимное расположение сферы и плоскости; касательная плоскость к сфере; площадь сферы. Изображение сферы, шара на плоскости. Сечения шара	**Актуализировать** факты и методы планиметрии, релевантные теме, **проводить** аналогии. **Давать определения** сферы и шара, их центра, радиуса, диаметра. **Определять** сферу как фигуру вращения окружности. **Исследовать** взаимное расположение сферы и плоскости, двух сфер, **иллюстрировать** это на чертежах и рисунках. **Формулировать** определение касательной плоскости к сфере, свойство и признак касательной плоскости. **Знакомиться** с геодезическими линиями на сфере
		Цилиндрическая поверхность, образующие цилиндрической поверхности, ось цилиндрической поверхности. Цилиндр: основания и боковая поверхность,	**Объяснять**, что называют цилиндром, называть его элементы. **Изучать**, **объяснять**, как получить цилиндр путем вращения прямоугольника.

		образующая и ось; площадь боковой и полной поверхности. Изображение цилиндра на плоскости. Развертка цилиндра. Сечения цилиндра (плоскостью, параллельной или перпендикулярной оси цилиндра)	**Выводить**, **использовать** формулы для вычисления площади боковой поверхности цилиндра. **Изучать**, **распознавать** развертку цилиндра. **Изображать** цилиндр и его сечения плоскостью, проходящей через его ось, параллельной или перпендикулярной оси. **Находить** площади этих сечений. **Моделировать** реальные ситуации на языке геометрии, **исследовать** построенные модели с использованием геометрических понятий
		Коническая поверхность, образующие конической поверхности, ось и вершина конической поверхности. Конус: основание и вершина, образующая и ось; площадь боковой и полной поверхности. Усеченный конус: образующие и высота; основания и боковая поверхность. Изображение конуса на плоскости.	**Объяснять**, какое тело называют круговым конусом, называть его элементы. **Изучать**, **объяснять**, как получить конус путем вращения прямоугольного треугольника. **Изображать** конус и его сечения плоскостью, проходящей через ось, и плоскостью, перпендикулярной к оси. **Изучать**, **распознавать** развертку

		Развертка конуса. Сечения конуса (плоскостью, параллельной основанию, и плоскостью, проходящей через вершину)	конуса. **Выводить**, **использовать** формулы для вычисления площади боковой поверхности конуса. **Находить** площади сечений, проходящих через вершину конуса или перпендикулярных его оси. **Объяснять**, какое тело называется усеченным конусом. **Изучать**, **объяснять**, как его получить путем вращения прямоугольной трапеции. **Выводить**, **применять** формулу для вычисления площади боковой поверхности усеченного конуса
		Комбинация тел вращения и многогранников. Многогранник, описанный около сферы; сфера, вписанная в многогранник или в тело вращения	**Актуализировать** факты и методы планиметрии, релевантные теме, проводить аналогии. **Решать** стереометрические задачи, связанные с телами вращения, построением сечений тел вращения, с комбинациями тел вращения и многогранников на нахождение геометрических величин. **Использовать** при решении стереометрических задач

			планиметрические факты и методы задачи на вычисление и доказательство. **Моделировать** реальные ситуации на языке геометрии, **исследовать** построенные модели с использованием геометрических понятий
Объемы тел	5	Понятие об объеме. Основные свойства объемов тел. Объем цилиндра, конуса. Объем шара и площадь сферы	**Актуализировать** факты и методы планиметрии, релевантные теме, проводить аналогии. **Выводить**, **использовать** формулы объемов: призмы, цилиндра, пирамиды, конуса; усеченной пирамиды и усеченного конуса. **Решать** стереометрические задачи, связанные с вычислением объемов. **Формулировать** определение шарового сегмента, шарового слоя, шарового сектора. **Применять** формулы для нахождения объемов шарового сегмента, шарового сектора

		Подобные тела в пространстве. Соотношения между площадями поверхностей, объемами подобных тел	**Решать** стереометрические задачи, связанные с объемом шара и площадью сферы. **Моделировать** реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий. **Актуализировать** факты и методы планиметрии, релевантные теме, проводить аналогии. **Решать** стереометрические задачи, связанные с соотношением объемов и поверхностей подобных тел в пространстве. **Моделировать** реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий
Векторы и координаты в пространстве	10	Вектор на плоскости и в пространстве. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора по трем некомпланарным векторам. Правило	**Актуализировать** факты и методы планиметрии, релевантные теме, проводить аналогии. **Оперировать понятием** вектор в пространстве. **Формулировать** правило

		параллелепипеда. Решение задач, связанных с применением правил действий с векторами. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Простейшие задачи в координатах. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов. Вычисление углов между прямыми и плоскостями. Координатно-векторный метод при решении геометрических задач	параллелепипеда при сложении векторов. **Складывать**, **вычитать** векторы, **умножать** вектор на число. **Изучать** основные свойства этих операций. **Давать** определение прямоугольной системы координат в пространстве. **Выразить** координаты вектора через координаты его концов. **Выводить**, **использовать формулу** длины вектора и расстояния между точками. **Выражать** скалярное произведение векторов через их координаты, вычислять угол между двумя векторами, двумя прямыми. **Находить** угол между прямой и плоскостью, угол между двумя плоскостями аналитическими методами. **Выводить**, **использовать формулу** расстояния от точки до плоскости
Повторение, обобщение и систематизация знаний	7	Основные фигуры, факты, теоремы курса планиметрии. Задачи планиметрии и методы их	**Решать** простейшие задачи на нахождение длин и углов в геометрических фигурах,

		решения. Основные фигуры, факты, теоремы курса стереометрии. Задачи стереометрии и методы их решения	применять теорему Пифагора, теоремы синусов и косинусов. **Находить** площадь многоугольника, круга. **Распознавать** подобные фигуры, находить отношения длин и площадей. **Использовать** при решении стереометрических задач факты и методы планиметрии
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	34		

ФЕДЕРАЛЬНАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОГО КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА»

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебный курс «Вероятность и статистика» базового уровня является продолжением и развитием одноименного учебного курса базового уровня основного общего образования. Учебный курс предназначен для формирования у обучающихся статистической культуры и понимания роли теории вероятностей как математического инструмента для изучения случайных событий, величин и процессов. При изучении учебного курса обогащаются представления обучающихся о методах исследования изменчивого мира, развивается понимание значимости и общности математических методов познания как неотъемлемой части современного естественно-научного мировоззрения.

Содержание учебного курса направлено на закрепление знаний, полученных при изучении курса на уровне основного общего образования, и на развитие представлений о случайных величинах и взаимосвязях между ними на важных примерах, сюжеты которых почерпнуты из окружающего мира. В результате у обучающихся должно сформироваться представление о наиболее употребительных и общих математических моделях, используемых для описания антропометрических и демографических величин, погрешностей в различного рода измерениях, длительности безотказной работы технических устройств, характеристик массовых явлений и процессов в обществе.

В соответствии с указанными целями в структуре учебного курса «Вероятность и статистика» для уровня среднего общего образования на базовом уровне выделены следующие основные содержательные линии: «Случайные события и вероятности», «Случайные величины и закон больших чисел».

Важную часть учебного курса занимает изучение геометрического и биномиального распределений и знакомство с их непрерывными аналогами – показательным и нормальным распределениями.

Содержание линии «Случайные события и вероятности» служит основой для формирования представлений о распределении вероятностей между значениями случайных величин, а также эта линия необходима как база для изучения закона больших чисел – фундаментального закона, действующего в природе и обществе и имеющего математическую формализацию. Сам закон больших чисел предлагается в ознакомительной форме с минимальным использованием математического формализма.

Темы, связанные с непрерывными случайными величинами, акцентируют внимание обучающихся на описании и изучении случайных явлений с помощью непрерывных функций. Основное внимание уделяется показательному

и нормальному распределениям, при этом предполагается ознакомительное изучение материала без доказательств применяемых фактов.

Общее число часов, рекомендованных для изучения учебного курса «Вероятность и статистика» – 68 часов: в 10 классе – 34 часа (1 час в неделю), в 11 классе – 34 часа (1 час в неделю).

СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ

10 КЛАСС

Представление данных с помощью таблиц и диаграмм. Среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия и стандартное отклонение числовых наборов.

Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Близость частоты и вероятности событий. Случайные опыты с равновозможными элементарными событиями. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями.

Операции над событиями: пересечение, объединение, противоположные события. Диаграммы Эйлера. Формула сложения вероятностей.

Условная вероятность. Умножение вероятностей. Дерево случайного эксперимента. Формула полной вероятности. Независимые события.

Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона.

Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Серия независимых испытаний Бернулли.

Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Примеры распределений, в том числе, геометрическое и биномиальное.

11 КЛАСС

Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение. Примеры применения математического ожидания, в том числе в задачах из повседневной жизни. Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое ожидание суммы случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия геометрического и биномиального распределений.

Закон больших чисел и его роль в науке, природе и обществе. Выборочный метод исследований.

Примеры непрерывных случайных величин. Понятие о плотности распределения. Задачи, приводящие к нормальному распределению. Понятие о нормальном распределении.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

К концу обучения **в 10 классе** обучающийся получит следующие предметные результаты:

читать и строить таблицы и диаграммы;

оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее, наименьшее значение, размах массива числовых данных;

оперировать понятиями: случайный эксперимент (опыт) и случайное событие, элементарное событие (элементарный исход) случайного опыта, находить вероятности в опытах с равновозможными случайными событиями, находить и сравнивать вероятности событий в изученных случайных экспериментах;

находить и формулировать события: пересечение и объединение данных событий, событие, противоположное данному событию, пользоваться диаграммами Эйлера и формулой сложения вероятностей при решении задач;

оперировать понятиями: условная вероятность, независимые события, находить вероятности с помощью правила умножения, с помощью дерева случайного опыта;

применять комбинаторное правило умножения при решении задач;

оперировать понятиями: испытание, независимые испытания, серия испытаний, успех и неудача, находить вероятности событий в серии независимых испытаний до первого успеха, находить вероятности событий в серии испытаний Бернулли;

оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, диаграмма распределения.

К концу обучения **в 11 классе** обучающийся получит следующие предметные результаты:

сравнивать вероятности значений случайной величины по распределению или с помощью диаграмм;

оперировать понятием математического ожидания, приводить примеры, как применяется математическое ожидание случайной величины находить математическое ожидание по данному распределению;

иметь представление о законе больших чисел;

иметь представление о нормальном распределении.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

10 КЛАСС

Наименование раздела (темы) курса	Количество часов	Основное содержание	Основные виды деятельности обучающихся
Представление данных и описательная статистика	4	Представление данных с помощью таблиц и диаграмм. Среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числовых наборов	**Извлекать информацию** из таблиц и диаграмм, **использовать** таблицы и диаграммы для представления статистических данных. **Находить** описательные характеристики данных. **Выдвигать, критиковать гипотезы** о характере случайной изменчивости и определяющих ее факторах
Случайные опыты и случайные события, опыты с равновозможными элементарными исходами	3	Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями. Практическая работа	**Выделять на примерах** случайные события в описанном случайном опыте. **Формулировать** условия проведения случайного опыта. **Находить** вероятности событий в опытах с равновозможными исходами. **Моделировать** опыты с равновозможными элементарными

			исходами в ходе практической работы
Операции над событиями, сложение вероятностей	3	Операции над событиями: пересечение, объединение событий, противоположные события. Диаграммы Эйлера. Формула сложения вероятностей	**Использовать** диаграммы Эйлера и словесное описание событий для формулировки и изображения объединения и пересечения событий. **Решать задачи** с использованием формулы сложения вероятностей
Условная вероятность, дерево случайного опыта, формула полной вероятности и независимость событий	6	Условная вероятность. Умножение вероятностей. Дерево случайного эксперимента. Формула полной вероятности. Независимые события	**Решать задачи** на нахождение вероятностей событий, в том числе условных с помощью дерева случайного опыта. **Определять** независимость событий по формуле и по организации случайного опыта
Элементы комбинаторики	4	Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона	**Использовать** правило умножения для перечисления событий в случайном опыте. **Пользоваться** формулой и треугольником Паскаля для определения числа сочетаний
Серии последовательных испытаний	3	Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого	**Разбивать** сложные эксперименты на отдельные испытания. **Осваивать понятия**: испытание, серия независимых испытаний.

		успеха. Серия независимых испытаний Бернулли. Практическая работа с использованием электронных таблиц	**Приводить примеры** серий независимых испытаний. **Решать задачи** на поиск вероятностей событий в серии испытаний до первого успеха и в сериях испытаний Бернулли. **Изучать в ходе практической работы** с использованием электронных таблиц вероятности событий в сериях независимых испытаний
Случайные величины и распределения	6	Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Сумма и произведение случайных величин. Примеры распределений, в том числе геометрическое и биномиальное	**Осваивать понятия**: случайная величина, распределение, таблица распределения, диаграмма распределения. **Приводить примеры** распределений, в том числе геометрического и биномиального. **Сравнивать** распределения случайных величин **Находить** значения суммы и произведения случайных величин. **Строить и распознавать** геометрическое и биномиальное распределение

Повторение, обобщение, систематизация знаний	5	Описательная статистика. Случайные опыты и вероятности случайных событий. Операции над событиями. Элементы комбинаторики, серии независимых испытаний	**Повторять** изученное и **выстраивать** систему знаний
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	34		

11 КЛАСС

Наименование раздела (темы) курса	Количество часов	Основное содержание	Основные виды деятельности обучающихся
Математическое ожидание случайной величины	4	Примеры применения математического ожидания (страхование, лотерея). Математическое ожидание суммы случайных величин. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений	**Осваивать** понятие математического ожидания. **Приводить** и **обсуждать** примеры применения математического ожидания. **Вычислять** математическое ожидание. **Использовать** понятие математического ожидания и его свойства при решении задач. **Находить** по известным формулам математическое ожидание суммы случайных величин. **Находить** по известным формулам математические ожидания случайных величин, имеющих геометрическое и биномиальное распределения
Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины	4	Дисперсия и стандартное отклонение. Дисперсии геометрического и биномиального	**Осваивать** понятия: дисперсия, стандартное отклонение случайной величины.

		распределения. Практическая работа с использованием электронных таблиц	**Находить** дисперсию по распределению. **Находить** по известным формулам дисперсию геометрического и биномиального распределения, в том числе в ходе практической работы с использованием электронных таблиц
Закон больших чисел	3	Закон больших чисел. Выборочный метод исследований. Практическая работа с использованием электронных таблиц	**Знакомиться** с выборочным методом исследования совокупности данных. **Изучать** в ходе практической работы с использованием электронных таблиц применение выборочного метода исследования
Непрерывные случайные величины (распределения)	2	Примеры непрерывных случайных величин. Функция плотности распределения. Равномерное распределение и его свойства	**Осваивать** понятия: непрерывная случайная величина, непрерывное распределение, функция плотности вероятности. **Приводить** примеры непрерывных случайных величин. **Находить** вероятности событий по данной функции плотности, в том числе равномерного распределения

Нормальное распределение	2	Задачи, приводящие к нормальному распределению. Функция плотности и свойства нормального распределения. Практическая работа с использованием электронных таблиц	**Осваивать** понятия: нормальное распределение. **Выделять** по описанию случайные величины, распределенные по нормальному закону. **Приводить примеры** задач, приводящих к нормальному распределению. **Находить** числовые характеристики нормального распределения по известным формулам. **Решать** задачи, связанные с применением свойств нормального распределений, в том числе с использованием электронных таблиц
Повторение, обобщение и систематизация знаний	19	Представление данных с помощью таблиц и диаграмм, описательная статистика, опыты с равновозможными элементарными событиями, вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов (координатная прямая, дерево, диаграмма Эйлера), случайные	Повторять изученное и выстраивать систему знаний

		величины и распределения, математическое ожидание случайной величины	
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	34		

ПЕРЕЧЕНЬ (КОДИФИКАТОР) РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ПО КЛАССАМ ПРОВЕРЯЕМЫХ ТРЕБОВАНИЙ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И ЭЛЕМЕНТОВ СОДЕРЖАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

В федеральных и региональных процедурах оценки качества образования используется перечень (кодификатор) распределенных по классам проверяемых требований к результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования и элементов содержания по математике.

10 КЛАСС

Проверяемые требования к результатам освоения основной образовательной программы

Код проверяемого результата	Проверяемые предметные результаты освоения основной образовательной программы среднего общего образования
1	Числа и вычисления
1.1	Оперировать понятиями: рациональное и действительное число, обыкновенная и десятичная дробь, проценты
1.2	Выполнять арифметические операции с рациональными и действительными числами
1.3	Выполнять приближенные вычисления, используя правила округления, делать прикидку и оценку результата вычислений
1.4	Оперировать понятиями: степень с целым показателем, стандартная форма записи действительного числа, корень натуральной степени; использовать подходящую форму записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных
1.5	Оперировать понятиями: синус, косинус и тангенс произвольного угла; использовать запись произвольного угла через обратные тригонометрические функции
2	Уравнения и неравенства
2.1	Оперировать понятиями: тождество, уравнение, неравенство, целое, рациональное, иррациональное уравнение, неравенство, тригонометрическое уравнение

2.2	Выполнять преобразования тригонометрических выражений и решать тригонометрические уравнения
2.3	Выполнять преобразования целых, рациональных и иррациональных выражений и решать основные типы целых, рациональных и иррациональных уравнений и неравенств
2.4	Применять уравнения и неравенства для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни
2.5	Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры
3	Функции и графики
3.1	Оперировать понятиями: функция, способы задания функции, область определения и множество значений функции, график функции, взаимно обратные функции
3.2	Оперировать понятиями: четность и нечетность функции, нули функции, промежутки знакопостоянства
3.3	Использовать графики функций для решения уравнений
3.4	Строить и читать графики линейной функции, квадратичной функции, степенной функции с целым показателем
3.5	Использовать графики функций для исследования процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни, выражать формулами зависимости между величинами
4	Начала математического анализа
4.1	Оперировать понятиями: последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессии
4.2	Оперировать понятиями: бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии
4.3	Задавать последовательности различными способами
4.4	Использовать свойства последовательностей и прогрессий для решения реальных задач прикладного характера
5	Множества и логика
5.1	Оперировать понятиями: множество, операции над множествами

5.2	Использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов
5.3	Оперировать понятиями: определение, теорема, следствие, доказательство
6	Теория вероятностей и статистика
6.1	Читать и строить таблицы и диаграммы
6.2	Оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее, наименьшее значение, размах массива числовых данных
6.3	Оперировать понятиями: случайный эксперимент (опыт) и случайное событие, элементарное событие (элементарный исход) случайного опыта; находить вероятности в опытах с равновозможными случайными событиями, находить и сравнивать вероятности событий в изученных случайных экспериментах
6.4	Находить и формулировать события: пересечение и объединение данных событий, событие, противоположное данному событию; пользоваться диаграммами Эйлера и формулой сложения вероятностей при решении задач
6.5	Оперировать понятиями: условная вероятность, независимые события; находить вероятности с помощью правила умножения, с помощью дерева случайного опыта
6.6	Применять комбинаторное правило умножения при решении задач
6.7	Оперировать понятиями: испытание, независимые испытания, серия испытаний, успех и неудача; находить вероятности событий в серии независимых испытаний до первого успеха, находить вероятности событий в серии испытаний Бернулли
6.8	Оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, диаграмма распределения
7	Геометрия
7.1	Оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость
7.2	Применять аксиомы стереометрии и следствия из них при решении геометрических задач

7.3	Оперировать понятиями: параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей
7.4	Классифицировать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве
7.5	Оперировать понятиями: двугранный угол, грани двугранного угла, ребро двугранного угла, линейный угол двугранного угла, градусная мера двугранного угла
7.6	Оперировать понятиями: многогранник, выпуклый и невыпуклый многогранник, элементы многогранника, правильный многогранник
7.7	Распознавать основные виды многогранников (пирамида, призма, прямоугольный параллелепипед, куб)
7.8	Классифицировать многогранники, выбирая основания для классификации (выпуклые и невыпуклые многогранники, правильные многогранники, прямые и наклонные призмы, параллелепипеды)
7.9	Оперировать понятиями: секущая плоскость, сечение многогранников
7.10	Объяснять принципы построения сечений многогранников, используя метод следов
7.11	Строить сечения многогранников методом следов, выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объемных фигур: вид сверху, сбоку, снизу
7.12	Решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам, применяя известные аналитические методы при решении стандартных математических задач на вычисление расстояний между двумя точками, от точки до прямой, от точки до плоскости, между скрещивающимися прямыми
7.13	Решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам, применяя известные аналитические методы при решении стандартных математических задач на вычисление углов между скрещивающимися прямыми, между прямой и плоскостью, между плоскостями, двугранных углов
7.14	Вычислять объемы и площади поверхностей многогранников (призма, пирамида) с применением формул, вычислять соотношения между площадями поверхностей, объемами подобных многогранников

7.15	Оперировать понятиями: симметрия в пространстве, центр, ось и плоскость симметрии, центр, ось и плоскость симметрии фигуры
7.16	Извлекать, преобразовывать и интерпретировать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках
7.17	Применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной форме
7.18	Применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач
7.19	Приводить примеры математических закономерностей в природе и жизни, распознавать проявление законов геометрии в искусстве
7.20	Применять полученные знания на практике: анализировать реальные ситуации и применять изученные понятия в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин

Проверяемые элементы содержания

Код	Проверяемый элемент содержания
1	Числа и вычисления
1.1	Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби. Арифметические операции с рациональными числами, преобразования числовых выражений. Применение дробей и процентов для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни
1.2	Действительные числа. Рациональные и иррациональные числа. Арифметические операции с действительными числами. Приближенные вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений

1.3	Степень с целым показателем. Стандартная форма записи действительного числа. Использование подходящей формы записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных
1.4	Арифметический корень натуральной степени. Действия с арифметическими корнями натуральной степени
1.5	Синус, косинус и тангенс числового аргумента. Арксинус, арккосинус, арктангенс числового аргумента
2	Уравнения и неравенства
2.1	Тождества и тождественные преобразования
2.2	Преобразование тригонометрических выражений. Основные тригонометрические формулы
2.3	Уравнение, корень уравнения. Неравенство, решение неравенства. Метод интервалов
2.4	Решение целых и дробно-рациональных уравнений и неравенств
2.5	Решение иррациональных уравнений и неравенств
2.6	Решение тригонометрических уравнений
2.7	Применение уравнений и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни
3	Функции и графики
3.1	Функция, способы задания функции. График функции. Взаимно обратные функции
3.2	Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Четные и нечетные функции
3.3	Степенная функция с натуральным и целым показателем. Ее свойства и график. Свойства и график корня n-ой степени
3.4	Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента
4	Начала математического анализа
4.1	Последовательности, способы задания последовательностей. Монотонные последовательности
4.2	Арифметическая и геометрическая прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Формула сложных процентов.

	Использование прогрессии для решения реальных задач прикладного характера
5	Множества и логика
5.1	Множество, операции над множествами. Диаграммы Эйлера – Венна. Применение теоретико-множественного аппарата для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов
5.2	Определение, теорема, следствие, доказательство
6	Теория вероятностей и статистика
6.1	Представление данных с помощью таблиц и диаграмм. Среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия и стандартное отклонение числовых наборов
6.2	Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Близость частоты и вероятности событий. Случайные опыты с равновозможными элементарными событиями. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями
6.3	Операции над событиями: пересечение, объединение, противоположные события. Диаграммы Эйлера. Формула сложения вероятностей
6.4	Условная вероятность. Умножение вероятностей. Дерево случайного эксперимента. Формула полной вероятности. Независимые события
6.5	Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона
6.6	Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Серия независимых испытаний Бернулли
6.7	Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Примеры распределений, в том числе геометрическое и биномиальное
7	Геометрия
7.1	Основные понятия стереометрии. Точка, прямая, плоскость, пространство. Понятие об аксиоматическом построении стереометрии: аксиомы стереометрии и следствия из них
7.2	Взаимное расположение прямых в пространстве: пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Параллельность прямых

	и плоскостей в пространстве: параллельные прямые в пространстве, параллельность трех прямых, параллельность прямой и плоскости. Углы с сонаправленными сторонами, угол между прямыми в пространстве. Параллельность плоскостей: параллельные плоскости, свойства параллельных плоскостей. Простейшие пространственные фигуры на плоскости: тетраэдр, куб, параллелепипед, построение сечений
7.3	Перпендикулярность прямой и плоскости: перпендикулярные прямые в пространстве, прямые параллельные и перпендикулярные к плоскости, признак перпендикулярности прямой и плоскости, теорема о прямой перпендикулярной плоскости. Углы в пространстве: угол между прямой и плоскостью, двугранный угол, линейный угол двугранного угла. Перпендикуляр и наклонные: расстояние от точки до плоскости, расстояние от прямой до плоскости, проекция фигуры на плоскость. Перпендикулярность плоскостей: признак перпендикулярности двух плоскостей. Теорема о трех перпендикулярах
7.4	Понятие многогранника, основные элементы многогранника, выпуклые и невыпуклые многогранники, развертка многогранника. Призма: n-угольная призма, грани и основания призмы, прямая и наклонная призмы, боковая и полная поверхность призмы. Параллелепипед, прямоугольный параллелепипед и его свойства. Пирамида: n-угольная пирамида, грани и основание пирамиды, боковая и полная поверхность пирамиды, правильная и усеченная пирамида. Элементы призмы и пирамиды. Правильные многогранники: понятие правильного многогранника, правильная призма и правильная пирамида, правильная треугольная пирамида и правильный тетраэдр, куб. Представление о правильных многогранниках: октаэдр, додекаэдр и икосаэд Сечения призмы и пирамиды
7.5	Симметрия в пространстве: симметрия относительно точки, прямой, плоскости. Элементы симметрии в пирамидах, параллелепипедах, правильных многогранниках
7.6	Вычисление элементов многогранников: ребра, диагонали, углы. Площадь боковой поверхности и полной поверхности прямой призмы, площадь оснований, теорема о боковой поверхности прямой призмы. Площадь боковой поверхности и поверхности правильной пирамиды, теорема о площади усеченной пирамиды. Понятие об объеме. Объем пирамиды, призмы
7.7	Подобные тела в пространстве. Соотношения между площадями поверхностей, объемами подобных тел

11 КЛАСС

Проверяемые требования к результатам освоения основной образовательной программы

Код проверяемого результата	Проверяемые предметные результаты освоения основной образовательной программы среднего общего образования
1	Числа и вычисления
1.1	Оперировать понятиями: натуральное, целое число; использовать признаки делимости целых чисел, разложение числа на простые множители для решения задач
1.2	Оперировать понятием: степень с рациональным показателем
1.3	Оперировать понятиями: логарифм числа, десятичные и натуральные логарифмы
2	Уравнения и неравенства
2.1	Применять свойства степени для преобразования выражений, оперировать понятиями: показательное уравнение и неравенство; решать основные типы показательных уравнений и неравенств
2.2	Выполнять преобразования выражений, содержащих логарифмы; оперировать понятиями: логарифмическое уравнение и неравенство; решать основные типы логарифмических уравнений и неравенств
2.3	Находить решения простейших тригонометрических неравенств
2.4	Оперировать понятиями: система линейных уравнений и ее решение; использовать систему линейных уравнений для решения практических задач
2.5	Находить решения простейших систем и совокупностей рациональных уравнений и неравенств
2.6	Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры
3	Функции и графики
3.1	Оперировать понятиями: периодическая функция, промежутки монотонности функции, точки экстремума функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; использовать их для исследования функции, заданной графиком

3.2	Оперировать понятиями: графики показательной, логарифмической и тригонометрических функций; изображать их на координатной плоскости и использовать для решения уравнений и неравенств
3.3	Изображать на координатной плоскости графики линейных уравнений и использовать их для решения системы линейных уравнений
3.4	Использовать графики функций для исследования процессов и зависимостей из других учебных дисциплин
4	Начала математического анализа
4.1	Оперировать понятиями: непрерывная функция, производная функции; использовать геометрический и физический смысл производной для решения задач
4.2	Находить производные элементарных функций, вычислять производные суммы, произведения, частного функций
4.3	Использовать производную для исследования функции на монотонность и экстремумы, применять результаты исследования к построению графиков
4.4	Использовать производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах
4.5	Оперировать понятиями: первообразная и интеграл; понимать геометрический и физический смысл интеграла
4.6	Находить первообразные элементарных функций, вычислять интеграл по формуле Ньютона – Лейбница
4.7	Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, средствами математического анализа
5	Теория вероятностей и статистика
5.1	Сравнивать вероятности значений случайной величины по распределению или с помощью диаграмм
5.2	Оперировать понятием математического ожидания, приводить примеры того, как применяется математическое ожидание случайной величины, находить математическое ожидание по данному распределению
5.3	Иметь представление о законе больших чисел

5.4	Иметь представление о нормальном распределении
6	Геометрия
6.1	Оперировать понятиями: цилиндрическая поверхность, образующие цилиндрической поверхности, цилиндр, коническая поверхность, образующие конической поверхности, конус, сферическая поверхность
6.2	Распознавать тела вращения (цилиндр, конус, сфера и шар)
6.3	Объяснять способы получения тел вращения
6.4	Классифицировать взаимное расположение сферы и плоскости
6.5	Оперировать понятиями: шаровой сегмент, основание сегмента, высота сегмента, шаровой слой, основание шарового слоя, высота шарового слоя, шаровой сектор
6.6	Вычислять объемы и площади поверхностей тел вращения, геометрических тел с применением формул
6.7	Оперировать понятиями: многогранник, вписанный в сферу и описанный около сферы, сфера, вписанная в многогранник или тело вращения
6.8	Вычислять соотношения между площадями поверхностей и объемами подобных тел
6.9	Изображать изучаемые фигуры от руки и с применением простых чертежных инструментов
6.10	Выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объемных фигур: вид сверху, сбоку, снизу; строить сечения тел вращения
6.11	Извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках
6.12	Применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной форме
6.13	Оперировать понятием: вектор в пространстве
6.14	Выполнять действия сложения векторов, вычитания векторов и умножения вектора на число, объяснять, какими свойствами они обладают
6.15	Применять правило параллелепипеда при сложении векторов

6.16	Оперировать понятиями: декартовы координаты в пространстве, вектор, модуль вектора, равенство векторов, координаты вектора, угол между векторами, скалярное произведение векторов, коллинеарные и компланарные векторы
6.17	Находить сумму векторов и произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение, раскладывать вектор по двум неколлинеарным векторам
6.18	Задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат
6.19	Решать простейшие геометрические задачи на применение векторно-координатного метода
6.20	Решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам, применяя известные методы при решении стандартных математических задач
6.21	Применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач
6.22	Приводить примеры математических закономерностей в природе и жизни, распознавать проявление законов геометрии в искусстве
6.23	Применять полученные знания на практике: анализировать реальные ситуации и применять изученные понятия в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин

Проверяемые элементы содержания

Код	Проверяемый элемент содержания
1	Числа и вычисления
1.1	Натуральные и целые числа. Признаки делимости целых чисел
1.2	Степень с рациональным показателем. Свойства степени
1.3	Логарифм числа. Десятичные и натуральные логарифмы
2	Уравнения и неравенства

2.1	Преобразование выражений, содержащих логарифмы
2.2	Преобразование выражений, содержащих степени с рациональным показателем
2.3	Примеры тригонометрических неравенств
2.4	Показательные уравнения и неравенства
2.5	Логарифмические уравнения и неравенства
2.6	Системы линейных уравнений. Решение прикладных задач с помощью системы линейных уравнений
2.7	Системы и совокупности рациональных уравнений и неравенств
2.8	Применение уравнений, систем и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни
3	Функции и графики
3.1	Функция. Периодические функции. Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке
3.2	Тригонометрические функции, их свойства и графики
3.3	Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики
3.4	Использование графиков функций для решения уравнений и линейных систем
3.5	Использование графиков функций для исследования процессов и зависимостей, которые возникают при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни
4	Начала математического анализа
4.1	Непрерывные функции. Метод интервалов для решения неравенств
4.2	Производная функции. Геометрический и физический смысл производной
4.3	Производные элементарных функций. Формулы нахождения производной суммы, произведения и частного функций
4.4	Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке
4.5	Применение производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах, для определения скорости процесса, заданного формулой или графиком

4.6	Первообразная. Таблица первообразных
4.7	Интеграл, его геометрический и физический смысл. Вычисление интеграла по формуле Ньютона – Лейбница
5	Теория вероятностей и статистика
5.1	Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение. Примеры применения математического ожидания, в том числе в задачах из повседневной жизни. Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое ожидание суммы случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия геометрического и биномиального распределений
5.2	Закон больших чисел и его роль в науке, природе и обществе. Выборочный метод исследований
5.3	Примеры непрерывных случайных величин. Понятие о плотности распределения. Задачи, приводящие к нормальному распределению. Понятие о нормальном распределении
6	Геометрия
6.1	Цилиндрическая поверхность, образующие цилиндрической поверхности, ось цилиндрической поверхности. Цилиндр: основания и боковая поверхность, образующая и ось, площадь боковой и полной поверхности
6.2	Коническая поверхность, образующие конической поверхности, ось и вершина конической поверхности. Конус: основание и вершина, образующая и ось, площадь боковой и полной поверхности. Усеченный конус: образующие и высота, основания и боковая поверхность
6.3	Сфера и шар: центр, радиус, диаметр, площадь поверхности сферы. Взаимное расположение сферы и плоскости, касательная плоскость к сфере, площадь сферы
6.4	Изображение тел вращения на плоскости. Развертка цилиндра и конуса
6.5	Комбинации тел вращения и многогранников. Многогранник, описанный около сферы, сфера, вписанная в многогранник, или тело вращения
6.6	Понятие об объеме. Основные свойства объемов тел. Теорема об объеме прямоугольного параллелепипеда и следствия из нее. Объем цилиндра, конуса. Объем шара и площадь сферы

6.7	Подобные тела в пространстве. Соотношения между площадями поверхностей, объемами подобных тел
6.8	Сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения шара
6.9	Вектор на плоскости и в пространстве. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора по трем некомпланарным векторам. Правило параллелепипеда. Решение задач, связанных с применением правил действий с векторами
6.10	Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Простейшие задачи в координатах. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов. Вычисление углов между прямыми и плоскостями. Координатно-векторный метод при решении геометрических задач

ПЕРЕЧЕНЬ (КОДИФИКАТОР) ПРОВЕРЯЕМЫХ ТРЕБОВАНИЙ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И ЭЛЕМЕНТОВ СОДЕРЖАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

Для проведения единого государственного экзамена по математике (далее – ЕГЭ по математике) используется перечень (кодификатор) проверяемых требований к результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования и элементов содержания. При проведении ЕГЭ по математике базового уровня из перечня (кодификатора) выбираются позиции, соответствующие федеральной рабочей программе по математике (базовый уровень)

Проверяемые на ЕГЭ по математике требования к результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования

Код проверяемого требования	Проверяемые требования к предметным результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования
1	Владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение формулировать и оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, следствие, свойство, признак, доказательство, равносильные формулировки; применять их; умение формулировать обратное и противоположное утверждение, приводить примеры и контрпримеры, использовать метод математической индукции; проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений; умение оперировать понятиями: множество, подмножество, операции над множествами; умение использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений и при решении задач, в том числе из других учебных предметов; умение оперировать понятиями: граф, связный граф, дерево, цикл, граф на плоскости; умение задавать и описывать графы различными способами; использовать графы при решении задач
2	Умение оперировать понятиями: натуральное число, целое число, степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с рациональным показателем, степень с действительным показателем, логарифм числа, синус, косинус и тангенс

	произвольного числа, остаток по модулю, рациональное число, иррациональное число, множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; умение использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное, алгоритм Евклида при решении задач; знакомство с различными позиционными системами счисления; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений; умение оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия; умение задавать последовательности, в том числе с помощью рекуррентных формул; умение оперировать понятиями: комплексное число, сопряженные комплексные числа, модуль и аргумент комплексного числа, форма записи комплексных чисел (геометрическая, тригонометрическая и алгебраическая); уметь производить арифметические действия с комплексными числами; приводить примеры использования комплексных чисел; оперировать понятиями: матрица 2 × 2 и 3 × 3, определитель матрицы, геометрический смысл определителя
3	Умение оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы; умение оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни
4	Умение оперировать понятиями: функция, четность функции, периодичность функции, ограниченность функции, монотонность функции, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке, непрерывная функция, асимптоты графика функции, первая и вторая производная функции, геометрический и физический смысл производной, первообразная, определенный интеграл; умение находить асимптоты графика функции; умение вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции функций, находить

	уравнение касательной к графику функции; умение находить производные элементарных функций; умение использовать производную для исследования функций, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических и физических задачах; находить площади и объемы фигур с помощью интеграла; приводить примеры математического моделирования с помощью дифференциальных уравнений
5	Умение оперировать понятиями: график функции, обратная функция, композиция функций, линейная функция, квадратичная функция, рациональная функция, степенная функция, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции; умение строить графики изученных функций, выполнять преобразования графиков функций, использовать графики для изучения процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами; использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их систем
6	Умение решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов; умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат
7	Умение оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью

	таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств; графически исследовать совместные наблюдения с помощью диаграмм рассеивания и линейной регрессии
8	Умение оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, формулу Бернулли, комбинаторные факты и формулы; оценивать вероятности реальных событий; умение оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение случайной величины, функции распределения и плотности равномерного, показательного и нормального распределений; умение использовать свойства изученных распределений для решения задач; знакомство с понятиями: закон больших чисел, методы выборочных исследований; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях; умение оперировать понятиями: сочетание, перестановка, число сочетаний, число перестановок; бином Ньютона; умение применять комбинаторные факты и рассуждения для решения задач; оценивать вероятности реальных событий; составлять вероятностную модель и интерпретировать полученный результат
9	Умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, отрезок, луч, величина угла, плоский угол, двугранный угол, трехгранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира; строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные с ними практические задачи
10	Умение оперировать понятиями: площадь фигуры, объем фигуры, многогранник, правильный многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, площадь сферы, площадь

	поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара, развертка поверхности, сечения конуса и цилиндра, параллельные оси или основанию, сечение шара, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса; умение строить сечение многогранника, изображать многогранники, фигуры и поверхности вращения, их сечения, в том числе с помощью электронных средств; умение применять свойства геометрических фигур, самостоятельно формулировать определения изучаемых фигур, выдвигать гипотезы о свойствах и признаках геометрических фигур, обосновывать или опровергать их; умение проводить классификацию фигур по различным признакам, выполнять необходимые дополнительные построения
11	Умение оперировать понятиями: движение в пространстве, параллельный перенос, симметрия на плоскости и в пространстве, поворот, преобразование подобия, подобные фигуры; умение распознавать равные и подобные фигуры, в том числе в природе, искусстве, архитектуре; использовать геометрические отношения при решении задач; находить геометрические величины (длина, угол, площадь, объем) при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы, в том числе: площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы; объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение находить отношение объемов подобных фигур
12	Умение оперировать понятиями: прямоугольная система координат, вектор, координаты точки, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число, разложение вектора по базису, скалярное произведение, векторное произведение, угол между векторами; умение использовать векторный и координатный метод для решения геометрических задач и задач других учебных предметов
13	Умение выбирать подходящий метод для решения задачи; понимание значимости математики в изучении природных и общественных процессов и явлений; умение распознавать проявление законов математики в искусстве, умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки

Перечень элементов содержания, проверяемых на ЕГЭ по математике

Код	Проверяемый элемент содержания
1	Числа и вычисления
1.1	Натуральные и целые числа. Признаки делимости целых чисел
1.2	Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби
1.3	Арифметический корень натуральной степени. Действия с арифметическими корнями натуральной степени
1.4	Степень с целым показателем. Степень с рациональным показателем. Свойства степени
1.5	Синус, косинус и тангенс числового аргумента. Арксинус, арккосинус, арктангенс числового аргумента
1.6	Логарифм числа. Десятичные и натуральные логарифмы
1.7	Действительные числа. Арифметические операции с действительными числами. Приближенные вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений
1.8	Преобразование выражений
1.9	Комплексные числа
2	Уравнения и неравенства
2.1	Целые и дробно-рациональные уравнения
2.2	Иррациональные уравнения
2.3	Тригонометрические уравнения
2.4	Показательные и логарифмические уравнения
2.5	Целые и дробно-рациональные неравенства
2.6	Иррациональные неравенства
2.7	Показательные и логарифмические неравенства
2.8	Тригонометрические неравенства
2.9	Системы и совокупности уравнений и неравенств
2.10	Уравнения, неравенства и системы с параметрами
2.11	Матрица системы линейных уравнений. Определитель матрицы
3	Функции и графики

3.1	Функция, способы задания функции. График функции. Взаимно обратные функции. Четные и нечетные функции. Периодические функции
3.2	Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке
3.3	Степенная функция с натуральным и целым показателем. Ее свойства и график. Свойства и график корня n-ой степени
3.4	Тригонометрические функции, их свойства и графики
3.5	Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики
3.6	Точки разрыва. Асимптоты графиков функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке
3.7	Последовательности, способы задания последовательностей
3.8	Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула сложных процентов
4	Начала математического анализа
4.1	Производная функции. Производные элементарных функций
4.2	Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке
4.3	Первообразная. Интеграл
5	Множества и логика
5.1	Множество, операции над множествами. Диаграммы Эйлера – Венна
5.2	Логика
6	Вероятность и статистика
6.1	Описательная статистика
6.2	Вероятность
6.3	Комбинаторика
7	Геометрия
7.1	Фигуры на плоскости
7.2	Прямые и плоскости в пространстве

7.3	Многогранники
7.4	Тела и поверхности вращения
7.5	Координаты и векторы

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

СВЕДЕНИЯ О СЕРТИФИКАТЕ ЭП

Сертификат 352191790442986473152692261956718905753445707913

Владелец Кокшаров Алексей Николаевич

Действителен С 17.04.2026 по 17.04.2027